

# INDICE

	<u>Páginas</u>
INTRODUCCIÓN.—Objeto de este curso ... ..	1

## PRIMERA PARTE ARITMETICA

### CAPITULO I.—EL CÁLCULO CON LOS NÚMEROS NATURALES

1. Introducción de los números en la Escuela ... ..	7
2. Leyes fundamentales del Cálculo ... ..	10
3. Los fundamentos lógicos de los números enteros. ... ..	14
Observaciones sobre la enseñanza de la Matemática y la formación del Profesorado ... ..	18
4. Práctica del Cálculo con números enteros ... ..	22
Descripción de la máquina de calcular «Brungswiga». ... ..	23

### CAPITULO II.—LAS PRIMERAS GENERALIZACIONES DEL CONCEPTO DE NÚMERO

1. Los números negativos ... ..	31
Historia de los números negativos ... ..	35
2. Los números fraccionarios ... ..	39
3. Los números irracionales ... ..	43
Matemática de precisión y Matemática de aproximación ... ..	50

### CAPITULO III.—DE LAS PROPIEDADES ESPECIALES DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Lugar de la Teoría de los números en la Escuela y en la Universidad ... ..	52
Sobre algunas cuestiones de la teoría de números ... ..	55
Números primos. Descomposición en factores ... ..	56
Transformación de fracciones ordinarias en decimales ... ..	56
Fracciones continuas ... ..	58
Números pitagóricos. Teorema de Fermat ... ..	63
El problema de la división de la circunferencia ... ..	70
Demostración de la imposibilidad de construcción del eptágono regular ... ..	72

CAPITULO IV.—LOS NÚMEROS COMPLEJOS

	Páginas
1. Los números complejos ordinarios ... ..	82
2. Números complejos superiores y, en particular, cuaternios ...	86
Observaciones sobre el cálculo de vectores ... ..	93
3. Multiplicación de cuaternios y giros de segmentos en el espacio.	96
Significación en el espacio de tres dimensiones ... ..	99
4. Los números complejos en la enseñanza ... ..	109
 <i>Intermedio.—Sobre el moderno desarrollo y la construcción de la Matemática</i>	
Construcción del Análisis elemental mediante dos procesos pa- rales de distinto carácter ... ..	112
Ojeada sobre la historia de la Matemática ... ..	117

SEGUNDA PARTE

ALGEBRA

Bibliografía ... ..	124
Nuestro objeto: Aplicación de los métodos geométricos intuiti- vos a la resolución de ecuaciones ... ..	125

CAPITULO I.—ECUACIONES DE COEFICIENTES Y RAÍCES REALES

1. Ecuaciones con un parámetro ... ..	125
2. Ecuaciones con dos parámetros ... ..	127
Clasificación atendiendo al número de raíces reales ... ..	136
3. Ecuaciones con tres parámetros ... ..	138
Un aparato para la resolución numérica de ecuaciones ... ..	139
Superficie discriminante de la ecuación bicuadrática ... ..	143

CAPITULO II.—ECUACIONES EN EL CAMPO DE LOS  
NÚMEROS COMPLEJOS

A. El teorema fundamental del Algebra ... ..	149
B. Ecuaciones con un parámetro complejo; su estudio por medio de la representación conforme de dos esferas ... ..	153
Ejemplos:	
1. La ecuación pura ... ..	162
Irreductibilidad. Imposibilidad de la trisección del ángulo ... ..	167
2. La ecuación diédrica ... ..	170
3. Ecuaciones tetraédrica, octaédrica o icosaédrica ... ..	177
4. Continuación: Establecimiento de las ecuaciones normales ...	183

	Págin
5. Sobre la resolución de las ecuaciones normales ... .. .	192
6. Uniformización de las ecuaciones normales por medio de funciones trascendentes ... .. .	197
Resolución trigonométrica de la ecuación cúbica ... .. .	201
7. Resolubilidad por radicales ... .. .	205
8. Reducción de las ecuaciones generales a ecuaciones normales.	209
Sobre la teoría de la ecuación de quinto grado ... .. .	211

### TERCERA PARTE

## ANÁLISIS

#### CAPÍTULO I.—EL LOGARITMO Y LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

1. Sistemática del Análisis algebraico ... .. .	213
2. Desarrollo histórico de la Teoría ... .. .	216
Neper y Bürgi. La ecuación de diferencias ... .. .	217
Siglo XVII: Logaritmos hiperbólicos ... .. .	223
Euler y Lagrange: Análisis algebraico ... .. .	225
Siglo XIX: Funciones de variable compleja ... .. .	228
3. Algo sobre la enseñanza de la teoría de logaritmos ... .. .	229
4. Punto de vista de la Teoría de funciones ... .. .	232
El paso al límite de la función potencial a la exponencial ... .. .	238

#### CAPÍTULO II.—FUNCIONES GONIOMÉTRICAS

1. Teoría de las funciones goniométricas ... .. .	241
2. Tablas trigonométricas ... .. .	253
A. Tablas trigonométricas naturales ... .. .	254
B. Tablas logarítmico-trigonométricas ... .. .	257
3. Aplicaciones de las funciones goniométricas ... .. .	260
A. Trigonometría; en particular, Trigonometría esférica. ... .. .	261
Concepto fundamental de la Trigonometría esférica ... .. .	268
Fórmulas de segunda especie. Triángulos de 1. <sup>a</sup> y 2. <sup>a</sup> clase.	
Área de los triángulos esféricos; relaciones complementarias ...	272
B. Teoría de las pequeñas oscilaciones y, en particular, del péndulo.	278
Exposición en la enseñanza media. (Cálculo infinitesimal dis-	
frazado) ... .. .	279
C. Representación de las funciones periódicas por series de funciones goniométricas (series trigonométricas) ... .. .	284
Aproximación por series infinitas ... .. .	285
Evaluación del error. Convergencia de las series infinitas ... .. .	291
El fenómeno de Gibbs ... .. .	296
Excursión sobre el concepto general de función ... .. .	298
Significación histórica de las series trigonométricas; trabajos de	
Fourier ... .. .	304

CAPITULO III.—DEL CÁLCULO INFINITESIMAL PROPIAMENTE DICHO

	<u>Páginas</u>
1. <i>Principios generales del cálculo infinitesimal</i> ... ..	309
Orígenes intuitivos del cálculo infinitesimal ... ..	310
Fundamentación lógica del cálculo infinitesimal por medio del concepto de límite (Newton y sus sucesores hasta Cauchy) ...	314
Construcción del cálculo infinitesimal, partiendo de la «diferen- cial» (Leibniz) ... ..	317
Los infinitésimos actuales en la Axiomática moderna ... ..	323
La reacción: el cálculo de derivadas de Lagrange ... ..	327
Forma y significación del cálculo infinitesimal en la enseñanza.	329
2. <i>El teorema de Taylor</i> ... ..	
Las primeras parábolas osculatrices de una curva dada ... ..	334
Crecimiento del orden: el problema de la convergencia ... ..	335
Deducción del teorema de Taylor de un teorema del cálculo de diferencias ... ..	340
Evaluación del resto de Cauchy ... ..	344
Excursión histórica (Taylor y Maclaurin) ... ..	347
3. <i>Consideraciones históricas y pedagógicas acerca del cálculo in- finitesimal</i> ... ..	349
Algo de Bibliografía sobre el cálculo infinitesimal ... ..	349
Características de nuestro criterio ... ..	351

A P E N D I C E

I. TRANSCENDENCIA DE $e$ Y $\pi$ ... ..	353
Historia ... ..	353
Demostración de la transcendencia de $e$ ... ..	354
Demostración de la transcendencia de $\pi$ ... ..	362
Números trascendentes y números algebraicos ... ..	372
II. TEORÍA DE LOS CONJUNTOS	
1. <i>Potencia de los conjuntos</i> ... ..	374
Numerabilidad de los números racionales y algebraicos ... ..	376
$\aleph_0$ numerabilidad del continuo ... ..	381
Conjuntos pluridimensionales ... ..	383
Conjuntos de potencia superior ... ..	390
2. <i>Ordenación de los elementos de un conjunto</i> ... ..	391
Tipos de ordenación numerable ... ..	392
La continuidad de conjuntos simplemente ordenados ... ..	393
Invariancia del número de dimensiones en una correspondencia continua y biunívoca ... ..	394
<i>Sobre la significación y fin de la teoría de conjuntos</i> ... ..	397