

INDICE

	<u>Páginas</u>
INTRODUCCIÓN.—Objeto de este curso	1

PRIMERA PARTE ARITMETICA

CAPITULO I.—EL CÁLCULO CON LOS NÚMEROS NATURALES

1. Introducción de los números en la Escuela	7
2. Leyes fundamentales del Cálculo	10
3. Los fundamentos lógicos de los números enteros.	14
Observaciones sobre la enseñanza de la Matemática y la formación del Profesorado	18
4. Práctica del Cálculo con números enteros	22
Descripción de la máquina de calcular «Brungswiga».	23

CAPITULO II.—LAS PRIMERAS GENERALIZACIONES DEL CONCEPTO DE NÚMERO

1. Los números negativos	31
Historia de los números negativos	35
2. Los números fraccionarios	39
3. Los números irracionales	43
Matemática de precisión y Matemática de aproximación	50

CAPITULO III.—DE LAS PROPIEDADES ESPECIALES DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Lugar de la Teoría de los números en la Escuela y en la Universidad	52
Sobre algunas cuestiones de la teoría de números	55
Números primos. Descomposición en factores	56
Transformación de fracciones ordinarias en decimales	56
Fracciones continuas	58
Números pitagóricos. Teorema de Fermat	63
El problema de la división de la circunferencia	70
Demostración de la imposibilidad de construcción del eptágono regular	72

CAPITULO IV.—LOS NÚMEROS COMPLEJOS

	Páginas
1. Los números complejos ordinarios	82
2. Números complejos superiores y, en particular, cuaternios ...	86
Observaciones sobre el cálculo de vectores	93
3. Multiplicación de cuaternios y giros de segmentos en el espacio.	96
Significación en el espacio de tres dimensiones	99
4. Los números complejos en la enseñanza	109
 <i>Intermedio.—Sobre el moderno desarrollo y la construcción de la Matemática</i>	
Construcción del Análisis elemental mediante dos procesos pa- raleslos de distinto carácter	112
Ojeada sobre la historia de la Matemática	117

SEGUNDA PARTE

ALGEBRA

Bibliografía	124
Nuestro objeto: Aplicación de los métodos geométricos intuiti- vos a la resolución de ecuaciones	125

CAPITULO I.—ECUACIONES DE COEFICIENTES Y RAÍCES REALES

1. Ecuaciones con un parámetro	125
2. Ecuaciones con dos parámetros	127
Clasificación atendiendo al número de raíces reales	136
3. Ecuaciones con tres parámetros	138
Un aparato para la resolución numérica de ecuaciones	139
Superficie discriminante de la ecuación bicuadrática	143

CAPITULO II.—ECUACIONES EN EL CAMPO DE LOS
NÚMEROS COMPLEJOS

A. El teorema fundamental del Algebra	149
B. Ecuaciones con un parámetro complejo; su estudio por medio de la representación conforme de dos esferas	153
Ejemplos:	
1. La ecuación pura	162
Irreductibilidad. Imposibilidad de la trisección del ángulo	167
2. La ecuación diédrica	170
3. Ecuaciones tetraédrica, octaédrica o icosaédrica	177
4. Continuación: Establecimiento de las ecuaciones normales ...	183

	Págin
5. Sobre la resolución de las ecuaciones normales	192
6. Uniformización de las ecuaciones normales por medio de funciones trascendentes	197
Resolución trigonométrica de la ecuación cúbica	201
7. Resolubilidad por radicales	205
8. Reducción de las ecuaciones generales a ecuaciones normales. Sobre la teoría de la ecuación de quinto grado	209 211

TERCERA PARTE

ANÁLISIS

CAPÍTULO I.—EL LOGARITMO Y LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

1. Sistemática del Análisis algebraico	213
2. Desarrollo histórico de la Teoría	216
Neper y Bürgi. La ecuación de diferencias	217
Siglo XVII: Logaritmos hiperbólicos	223
Euler y Lagrange: Análisis algebraico	225
Siglo XIX: Funciones de variable compleja	228
3. Algo sobre la enseñanza de la teoría de logaritmos	229
4. Punto de vista de la Teoría de funciones	232
El paso al límite de la función potencial a la exponencial	238

CAPÍTULO II.—FUNCIONES GONIOMÉTRICAS

1. Teoría de las funciones goniométricas	241
2. Tablas trigonométricas	253
A. Tablas trigonométricas naturales	254
B. Tablas logarítmico-trigonométricas	257
3. Aplicaciones de las funciones goniométricas	260
A. Trigonometría; en particular, Trigonometría esférica.	261
Concepto fundamental de la Trigonometría esférica	268
Fórmulas de segunda especie. Triángulos de 1. ^a y 2. ^a clase. Área de los triángulos esféricos; relaciones complementarias	272
B. Teoría de las pequeñas oscilaciones y, en particular, del péndulo. Exposición en la enseñanza media. (Cálculo infinitesimal disfrazado)	278 279
C. Representación de las funciones periódicas por series de funciones goniométricas (series trigonométricas)	284
Aproximación por series infinitas	285
Evaluación del error. Convergencia de las series infinitas	291
El fenómeno de Gibbs	296
Excursión sobre el concepto general de función	298
Significación histórica de las series trigonométricas; trabajos de Fourier	304

CAPITULO III.—DEL CÁLCULO INFINITESIMAL PROPIAMENTE DICHO

	<u>Páginas</u>
1. <i>Principios generales del cálculo infinitesimal</i>	309
Orígenes intuitivos del cálculo infinitesimal	310
Fundamentación lógica del cálculo infinitesimal por medio del concepto de límite (Newton y sus sucesores hasta Cauchy) ...	314
Construcción del cálculo infinitesimal, partiendo de la «diferen- cial» (Leibniz)	317
Los infinitésimos actuales en la Axiomática moderna	323
La reacción: el cálculo de derivadas de Lagrange	327
Forma y significación del cálculo infinitesimal en la enseñanza.	329
2. <i>El teorema de Taylor</i>	
Las primeras parábolas osculatrices de una curva dada	334
Crecimiento del orden: el problema de la convergencia	335
Deducción del teorema de Taylor de un teorema del cálculo de diferencias	340
Evaluación del resto de Cauchy	344
Excursión histórica (Taylor y Maclaurin)	347
3. <i>Consideraciones históricas y pedagógicas acerca del cálculo in- finitesimal</i>	349
Algo de Bibliografía sobre el cálculo infinitesimal	349
Características de nuestro criterio	351

A P E N D I C E

I. TRANSCENDENCIA DE e Y π	353
Historia	353
Demostración de la transcendencia de e	354
Demostración de la transcendencia de π	362
Números trascendentes y números algebraicos	372
II. TEORÍA DE LOS CONJUNTOS	
1. <i>Potencia de los conjuntos</i>	374
Numerabilidad de los números racionales y algebraicos	376
No numerabilidad del continuo	381
Conjuntos pluridimensionales	383
Conjuntos de potencia superior	390
2. <i>Ordenación de los elementos de un conjunto</i>	391
Tipos de ordenación numerable	392
La continuidad de conjuntos simplemente ordenados	393
Invariancia del número de dimensiones en una correspondencia continua y biunívoca	394
<i>Sobre la significación y fin de la teoría de conjuntos</i>	397